

1) Вычислите:  $10101011_2 - 253_8 + 6_{16}$ . Ответ запишите в десятичной системе счисления.

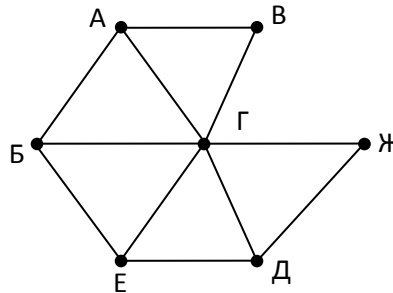
2) Дано логическое выражение, зависящее от 5 логических переменных:

$$(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)$$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

3) На рисунке слева изображена схема дорог Н-ского района, в таблице звёздочкой обозначено наличие дороги из одного населённого пункта в другой. Отсутствие звёздочки означает, что такой дороги нет. Определите, какие номера населённых пунктов в таблице могут соответствовать населённым пунктам Б и Е на схеме. В ответе запишите эти два номера в возрастающем порядке без пробелов и знаков препинания.

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 |   |   | * | * |   |   | * |
| 2 |   |   | * |   | * | * |   |
| 3 | * | * |   | * | * | * | * |
| 4 | * |   | * |   |   |   |   |
| 5 |   | * | * |   |   |   |   |
| 6 |   | * | * |   |   |   | * |
| 7 | * |   | * |   |   | * |   |



4) В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании имеющихся данных найдите женщину, которая впервые стала матерью в самом раннем возрасте, и запишите в ответе её идентификатор (ID).

Таблица 1

| ID  | Фамилия_И.О.  | Пол | Год рожд. |
|-----|---------------|-----|-----------|
| 240 | Черных А.В.   | М   | 1938      |
| 261 | Черных Д.И.   | М   | 1997      |
| 295 | Черных Е.П.   | Ж   | 1939      |
| 325 | Черных И.А.   | М   | 1972      |
| 356 | Черных Н.Н.   | Ж   | 1972      |
| 367 | Гунько А.Б.   | М   | 1979      |
| 427 | Малых Е.А.    | М   | 2001      |
| 517 | Краско М.А.   | Ж   | 1967      |
| 625 | Соболь О.К.   | Ж   | 1988      |
| 630 | Краско В.К.   | М   | 1993      |
| 743 | Гунько Б.В.   | М   | 1951      |
| 854 | Колосова А.Е. | Ж   | 1955      |
| 943 | Гунько А.Н.   | Ж   | 1975      |
| 962 | Малых Н.Н.    | М   | 1946      |

Таблица 2

| ID_Родителя | ID_Ребенка |
|-------------|------------|
| 240         | 325        |
| 295         | 325        |
| 325         | 261        |
| 356         | 261        |
| 367         | 427        |
| 240         | 517        |
| 295         | 517        |
| 517         | 625        |
| 517         | 630        |
| 743         | 367        |
| 854         | 367        |
| 943         | 427        |
| 962         | 356        |
| 962         | 943        |

5) Для передачи данных по каналу связи используется 5-битовый код. Сообщение содержит только буквы А, Б и В, которые кодируются следующими кодовыми словами:

$$A - 11000, B - 00010, B - 10101.$$

При передаче возможны помехи. Однако некоторые ошибки можно попытаться исправить. Любые два из этих трёх кодовых слов отличаются друг от друга не менее чем в трёх позициях. Поэтому если при передаче слова произошла ошибка не более чем в одной позиции, то можно сделать обоснованное предположение о том, какая буква передавалась. (Говорят, что «код исправляет одну ошибку».) Например, если получено кодовое слово 01010, считается, что передавалась буква Б. (Отличие от

кодového слова для Б только в одной позиции, для остальных кодовых слов отличий больше.) Если принятое кодовое слово отличается от кодовых слов для букв А, Б, В более чем в одной позиции, то считается, что произошла ошибка (она обозначается 'х').

Получено сообщение 11110 10111 10010 10000. Декодируйте это сообщение.

б) Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:

1. Строится двоичная запись числа N.
2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Пример. Дано число N = 13. Алгоритм работает следующим образом:

1. Двоичная запись числа N: 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.

Сколько различных чисел, меньших 100, могут появиться на экране в результате работы автомата?

7) Формулу из ячейки B4 скопировали в две ячейки в соседних строках одного столбца. После этого числовое значение в одной из этих ячеек оказалось больше числового значения в другой на 5300. Укажите адрес ячейки, в которой оказалось большее из этих значений.

|   | A    | B        | C    | D    | E    | F    |
|---|------|----------|------|------|------|------|
| 1 | 10   | 20       | 30   | 40   | 50   | 60   |
| 2 | 70   | 80       | 90   | 100  | 200  | 300  |
| 3 | 400  | 500      | 600  | 700  | 900  | 1000 |
| 4 | 1200 | =C3+D\$2 | 1500 | 1600 | 2000 | 2200 |
| 5 | 2400 | 2600     | 2800 | 3000 | 4000 | 5000 |
| 6 | 6000 | 7000     | 8000 | 9000 | 9300 | 9600 |

8) Определите, что будет напечатано в результате работы следующего фрагмента программы:

```
var k, s: integer;
begin
  s:=3;
  k:=1;
  while k < 25 do begin
    s:=s+k;
    k:=k+2;
  end;
  write(s);
end.
```

- 9) Стереoaудиофайл передается со скоростью 32000 бит/с. Файл был записан с такими параметрами: глубина кодирования – 16 бит на отсчет, частота дискретизации – 48000 отсчетов в секунду, время записи – 90 с. Сколько минут будет передаваться файл?
- 10) Петя составляет семибуквенные слова перестановкой букв слова ТРАТАТА. Сколько всего различных слов может составить Петя?
- 11) Что выведет программа при вызове F(5)?

```
procedure F(n: integer);
begin
  write(n+1);
  if n >= 3 then begin
    F(n - 3);
```

```

F(n - 2) ;
end
end;

```

- 12) Для узла с IP-адресом 131.149.64.13 адрес сети равен 131.149.64.0. Для скольких различных значений маски это возможно?
- 13) При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 10 символов. В качестве символов используют прописные буквы латинского алфавита, т.е. 26 различных символов. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено 15 байт на одного пользователя. В компьютерной системе выделено 4 Кб для хранения сведений о пользователях. О каком наибольшем количестве пользователей может быть сохранена информация в системе? В ответе запишите только целое число – количество пользователей.
- 14) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки символов.

заменить ( $v, w$ )

нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для Редактора:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (15)

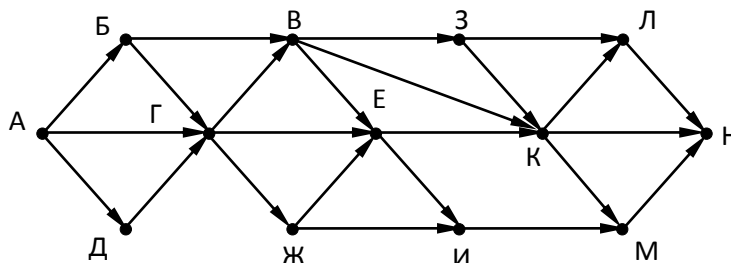
    заменить (15, 8)

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Исходная строка содержит 15 пятерок и некоторое количество единиц, других цифр нет, точный порядок расположения пятерок и единиц неизвестен. После выполнения программы получилась строка с суммой цифр 105. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

- 15) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М, Н. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей, ведущих из города А в город Н и проходящих через пункт Г или через пункт Е, но не через оба этих пункта?



16) Определите число  $N$ , для которого выполняется равенство  $164_N + 41_9 = 145_{N+2}$ .

- 17) В таблице приведены запросы и количество страниц, которые нашел поисковый сервер по этим запросам в некотором сегменте Интернета:

| Запрос                     | Количество страниц (тыс.) |
|----------------------------|---------------------------|
| пещера & сталактит & озеро | 120                       |
| пещера & сталактит         | 260                       |

пещера &amp; озеро

310

Сколько страниц (в тысячах) будет найдено по запросу

**(озеро | сталактит) & пещера?**

18) На числовой прямой даны отрезки  $A = [30; 62]$ ,  $B = [25; 38]$  и  $C = [40; N]$  и функция

$$F(x) = (\neg(x \in B) \rightarrow \neg(x \in A)) \wedge (\neg(x \in C) \rightarrow (x \in B))$$

При каком наименьшем числе  $N$  функция  $F(x)$  истинна более чем для 20 целых чисел  $x$ ?

19) В программе описан одномерный целочисленный массив с индексами от 0 до 10. Ниже представлен фрагмент программы, обрабатывающей данный массив:

```
s:=29;
n:=10;
for i:=0 to n-1 do begin
  s:= s + A[i] - A[i+1]
end;
```

Известно, что в начале выполнения этого фрагмента в массиве находилась возрастающая последовательность чисел, то есть  $A[0] < A[1] < \dots < A[10]$ . Какое наибольшее значение может иметь переменная  $s$  после выполнения данной программы?

20) Ниже записан алгоритм. После выполнения алгоритма было напечатано 3 числа. Первые два напечатанных числа – это числа 7 и 42. Какое наибольшее число может быть напечатано третьим?

```
var x, y, z: longint;
    r, a, b: longint;
begin
  readln(x, y);
  if y > x then begin
    z:= x; x:= y; y:= z;
  end;
  a:= x; b:= y;
  while b > 0 do begin
    r:= a mod b;
    a:= b;
    b:= r;
  end;
  writeln(a);
  writeln(x);
  write(y);
end.
```

- 21) Напишите в ответе количество различных значений входной переменной  $a$  из интервала от 1 до 30 (включая границы), при которых программа выдаёт тот же ответ, что и при входном значении  $a = 17$ . Значение  $a = 17$  также включается в подсчёт различных значений  $a$ .

```

var i, k, a: integer;
function f(x: integer; y: integer): integer;
begin
  if y = 0 then f := x else f := f(y, x mod y)
end;
begin
  k := 0;
  readln(a);
  for i := 1 to a do
    if f(a, i) = i then k := k + 1;
  writeln(k);
end.

```

- 22) Исполнитель U18 преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Вычесть 1
2. Вычесть 3
3. Взять остаток от деления на 4

Команда 3 выполняется только для чисел, больших, чем 4. Программа для исполнителя U18 – это последовательность команд. Сколько существует таких программ, которые исходное число 22 преобразуют в число 2?

- 23) Дана система логических уравнений

$$(x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg y_1 \wedge y_2) \vee (x_1 \wedge y_1) = 0$$

$$(x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg y_2 \wedge y_3) \vee (x_2 \wedge y_2) = 0$$

...

$$(x_6 \wedge \neg x_7) \vee (\neg y_6 \wedge y_7) \vee (x_6 \wedge y_6) = 0$$

$$(x_7 \wedge y_7) = 0$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$  – логические переменные. Найдите количество решений этой системы.

- 24) Факториалом натурального числа  $n$  называется произведение всех натуральных чисел от 1 до  $n$ . Например,  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ . На вход программы поступает положительное число  $A$ . Необходимо вывести минимальное натуральное  $K$ , для которого  $1! + 2! + \dots + K! > A$ . К сожалению, приведённая ниже программа неправильная.

| Pascal   | Python   |
|--|--|
| <pre> var A, k, f, s: integer; begin   read(a);   k := 1;   f := 1;   s := 0;   while f &lt;= A do begin     k := k + 1;     f := f * k;     s := s + f   end;   writeln(k) </pre> | <pre> A = int(input()) k = 1 f = 1 s = 0 while f &lt;= A:   k += 1   f *= k   s += f print(k) </pre> |

|             |  |
|-------------|--|
| <b>end.</b> |  |
|-------------|--|

Последовательно выполните следующее.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе числа 10.
2. Назовите минимальное  $A$ , большее 15, при котором программа выведет неверный ответ.
3. Найдите допущенные программистом ошибки и исправьте их.

25) Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Напишите на одном из языков программирования программу, которая находит минимальный из элементов массива, кратных 5, затем уменьшает все чётные элементы массива на значение этого минимального элемента, и выводит изменённый массив в обратном порядке, по одному числу в строке. Если в массиве нет элементов, кратных 5, он остаётся без изменений. Например, из массива

7, 5, 2, 4, 8, 10, 14, 15

программа должна получить массив

7, 5, -3, -1, 3, 5, 9, 15

и вывести (по одному числу в строке) числа:

15 9 5 3 -1 -3 5 7

| Паскаль   | Алгоритмический язык  |
|---|---|
| <pre>const N = 30; var a: array [1..N] of longint; i, j, k: longint; begin   for i := 1 to N do     readln(a[i]);   ... end.</pre>  | <pre>алг нач   цел N = 30   целтаб a[1:N]   цел i, j, k   нц для i от 1 до N     ввод a[i]   кц   ... кон</pre>                                     |
| C++   | Python  |
| <pre>#include &lt;iostream&gt; using namespace std; const int N = 30; int main() {   long a[N];   long i, j, k;   for (i = 0; i &lt; N; i++)     cin &gt;&gt; a[i];   ...   return 0; }</pre> | <pre># допускается также # использовать две # целочисленные переменные j и k a = [] n = 30 for i in range(0, n):   a.append(int(input())) ...</pre> |

26) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в любую кучу один камень;**
- б) **увеличить количество камней в любой куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 63. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 63 камня или больше. В начальный момент в первой куче было 5 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 57$ .

**Задание 1.** а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Пети.

б) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

**Задание 2.** Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

27) На вход программы поступает последовательность из  $N$  целых положительных чисел. Рассматриваются все пары различных элементов последовательности (элементы пары не обязаны стоять в последовательности рядом, порядок элементов в паре неважен). Необходимо определить пару с максимальной разностью, элементы которой находятся на расстоянии кратном  $K$ . Если таких пар несколько, вывести любую.

**Описание входных и выходных данных**

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  и значение  $K$  ( $K+1 \leq N \leq 1000$ ). В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, не превышающее 10000. В качестве результата программа должна вывести пару чисел, соответствующих условию задачи.

**Пример входных данных:**

```
8 3
1
90
3
81
89
4
71
7
```

**Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:**

```
90 7
```