

- 1) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству:

$$(64_{16} - 1E_{16}) \leq x \leq (50_8 + 36_8).$$

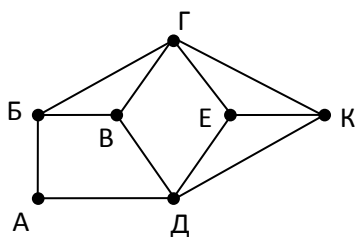
- 2) Дано логическое выражение, зависящее от 6 логических переменных:

$$\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5 \vee x_6$$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

- 3) На рисунке справа схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах). Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, то нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину кратчайшего пути из пункта А в пункт В, если передвигаться можно только по указанным дорогам. В ответе запишите целое число – длину пути в километрах.

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1			18	10	8	15	
П2			20		11	12	7
П3	18	20				9	
П4	10						14
П5	8	11					6
П6	15	12	9				
П7		7		14	6		



- 4) В фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании имеющихся данных найдите максимальную разницу между годами рождения родных брата и сестры.

Таблица 1

ID	Фамилия_И.О.	Пол	Год рожд.
240	Черных А.В.	М	1930
261	Черных Д.И.	Ж	1933
295	Черных Е.П.	М	1954
325	Черных И.А.	Ж	1953
356	Черных Н.Н.	М	1954
367	Гунько А.Б.	Ж	1958
427	Малых Е.А.	М	1972
517	Краско М.А.	Ж	1978
625	Соболь О.К.	Ж	1976
630	Краско В.К.	Ж	1979
743	Гунько Б.В.	Ж	1994
854	Колосова А.Е.	Ж	2001
943	Гунько А.Н.	М	1993
962	Малых Н.Н.	М	1998

Таблица 2

ID_Родителя	ID_Ребенка
240	325
261	325
240	356
261	356
325	517
325	427
356	625
356	630
367	625
367	630
625	943
625	962
427	743
427	854

- 5) Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В, Г, Д, Е использовали соответственно кодовые слова 10, 110, 010, 0110, 111, 0111. Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы Ж, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

- 6) Автомат обрабатывает натуральное число N по следующему алгоритму:
1. Строится двоичная запись числа N .
 2. Складываются все цифры полученной двоичной записи. В конец записи (справа) дописывается остаток от деления полученной суммы на 2.
 3. Предыдущий пункт повторяется для записи с добавленной цифрой.
 4. Результат переводится в десятичную систему и выводится на экран.

Пример. Дано число $N = 13$. Алгоритм работает следующим образом:

1. Двоичная запись числа N : 1101.
2. Сумма цифр двоичной записи 3, остаток от деления на 2 равен 1, новая запись 11011.
3. Сумма цифр полученной записи 4, остаток от деления на 2 равен 0, новая запись 110110.
4. На экран выводится число 54.

Сколько различных чисел, принадлежащих отрезку $[210; 260]$, могут появиться на экране в результате работы автомата?

- 7) В ячейки электронной таблицы записаны числа, как показано на рисунке. В ячейку B2 записали формулу $=D2*D\$6+F3$. После этого ячейку B2 скопировали в ячейку A5. Какое число будет показано в ячейке A5?

	A	B	C	D	E	F
1			10	20	30	40
2			55	65	75	85
3			100	200	300	400
4			45	35	25	15
5			50	60	70	80
6			1	2	3	4

- 8) Запишите число, которое будет выведено в результате работы программы:

```

var s, n: integer;
begin
  s := 150;
  n := 0;
  while s + n < 300 do begin
    s := s - 5;
    n := n + 25
  end;
  writeln(n)
end.

```

- 9) Музыкальный фрагмент был записан в формате моно, оцифрован и сохранён в виде файла с использованием сжатия данных. При этом производилось сжатие данных, объем сжатого фрагмента стал равен 40% от первоначальной записи. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате стерео (двухканальная запись) и оцифрован с разрешением в 8 раз выше и частотой дискретизации в 2 раз выше, чем в первый раз. При этом производилось сжатие данных, объем сжатого фрагмента стал равен 60% от повторной записи. Во сколько раз размер повторной записи будет больше изначальной?
- 10) Артур составляет 6-буквенные коды из букв К, А, Б, А, Л, А. Каждую букву нужно использовать ровно один раз, при этом нельзя ставить рядом две гласные. Сколько различных кодов может составить Артур?

- 11) Определите сумму цифр, которые выведет программа при вызове F(90)?

```

procedure F(n: integer);
begin
  write('5');
  if n > 0 then begin
    write('2');
    G(n - 1);
  end;
end;
procedure G(n: integer);
begin
  if n > 1 then begin
    write('3');
    F(n - 2);
  end;
end;

```

- 12) Два узла, находящиеся в одной сети, имеют IP-адреса 121.171.15.149 и 121.171.15.143. Укажите наименьшее возможное количество адресов в этой сети.
- 13) В некоторой стране автомобильный номер состоит из 8 символов. Первый символ – одна из 26 латинских букв, остальные семь – десятичные цифры. Пример номера – A1234567. Каждый символ кодируется минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным целым количеством байт. Определите объем памяти в байтах, необходимый для хранения 30 автомобильных номеров.
- 14) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

заменить (v, w)
нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для Редактора:

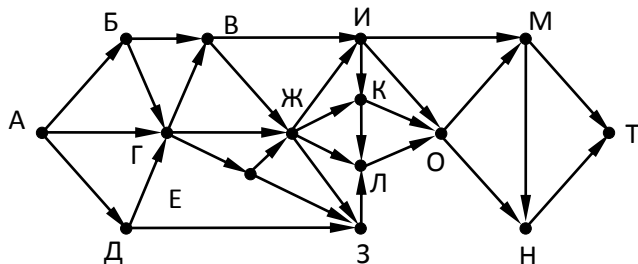
```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (32)
  заменить (32, 6)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

Исходная строка содержит 8 двоек и некоторое количество троек, других цифр нет, точный порядок расположения двоек и троек неизвестен. После выполнения программы получилась строка с суммой цифр 93. Какое наименьшее количество троек могло быть в исходной строке?

- 15) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М, Н, О, Т. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей, ведущих из города А в город Т и проходящих через город И?



- 16) Выражение $2^5 \cdot 3^{25}$ записано в троичной системе счисления. Определите, сколько в этой записи цифр 0, 1 и 2.

- 17) В языке запросов по списку абитуриентов, сдавших ЕГЭ, для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для логической операции «И» – символ «&». Если требуется найти абитуриентов не сдававших некоторый экзамен используется «~». В таблице приведены запросы и количество найденных абитуриентов.

Запрос	Количество страниц (тыс.)
Русский & (Физика Химия История)	73
(Физика История) & ~Химия & Русский	37
Обществознание & Химия & Русский	23

Какое количество абитуриентов сдавали *Химию* и *Русский*, но не сдавали *Обществознание*:

Химия & Русский & ~Обществознание

- 18) Укажите **наименьшее** целое значение A , при котором выражение

$$(2x + 3y \neq 72) \vee ((A > x) \wedge (A > y))$$

истинно для любых целых неотрицательных значений x и y .

- 19) В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 9. Значения элементов равны 21, 16, 7, 12, 18, 3, 8, 13, 11, 17 соответственно, т.е. $A[0] = 21$, $A[1] = 16$ и т.д. Определите значение переменной s после выполнения следующей программы:

```

s := 0;
n := 4;
for i:=0 to 9 do
  if A[i] <= A[n] then begin
    s := s + A[i];
    t := A[i];
    A[i] := A[n];
    A[n] := t;
    n := i mod 3;
  end;
writeln(s);

```

20) Укажите минимальное натуральное число, при вводе которого этот алгоритм напечатает число 110.

```

var x, L, M: longint;
begin
  readln(x);
  L:=0; M:=1;
  while x > 0 do begin
    L := x mod 16 *m + L;
    x := x div 16;
    m:=M*10;
  end;
  writeln(L);
end.

```

21) Укажите наименьшее значение входной переменной k , при котором программа напечатает ответ 0.

```

function f(x,b:integer): integer;
begin
  f := (x * x - x - 2) * (x - b)
end;
var k, t, a, b, c : integer;
begin
  c := 0;
  readln(k);
  a := 0; b := 5;
  for t := a to b do
    if f(t - 1, k) = 0 then
      c := c + 1;
  writeln(c mod 3)
end.

```

22) Исполнитель Июнь17 преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Сделай нечётное

Выполняя первую команду, исполнитель увеличивает число на 1, а выполняя вторую – из числа x получает число $2x + 1$. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 25 и при этом траектория вычислений не содержит число 21?

23) Сколько наборов логических переменных соответствует условию, что хотя бы одно из следующих выражений истинно.

$$(x_1 \equiv x_2) \wedge x_3 \wedge (\neg x_4 \equiv x_5)$$

$$(x_2 \equiv x_3) \wedge x_4 \wedge (\neg x_5 \equiv x_6)$$

$$(x_3 \equiv x_4) \wedge x_5 \wedge (\neg x_6 \equiv x_7)$$

$$(x_4 \equiv x_5) \wedge x_6 \wedge (\neg x_7 \equiv x_8)$$

$$(x_5 \equiv x_6) \wedge x_7 \wedge (\neg x_8 \equiv x_9)$$

- 24) На вход программы поступает натуральное число N , не превышающее 10^9 . Требуется найти и наибольшую нечётную цифру в десятичной записи этого числа или вывести «NO», если таких цифр нет. К сожалению, приведённая ниже программа неправильная.

Pascal	Python
<pre> var N, d, m, t: longint; begin read(N); t := 0; m := t; while N > 1 do begin d := N mod 10; if (d mod 2 = 1) or (d > m) then m := d; N := N div 10 end; if m = t then writeln('NO') else writeln(m) end. </pre>	<pre> N = int(input()) t = 0 m = t while N > 1: d = N % 10 if d % 2 == 1 or d > m: m = d N = N // 10 if m == t: print("NO") else: print(m) </pre>

Последовательно выполните следующее.

1. Напишите, что выведет эта программа при вводе числа 815.
 2. Какое наименьшее число может быть выведено при работе этой программы? Приведите пример числа N , при вводе которого программа выведет такой ответ.
 3. Найдите допущенные программистом ошибки и исправьте их.
- 25) Дан целочисленный массив из 100 элементов. Элементы массива могут принимать неотрицательные целые значения до 10 000 включительно. Необходимо найти элемент с максимальной суммой цифр в десятичной записи (если таких элементов несколько, то берётся первый из них), а затем увеличить элементы, которые в восьмеричной записи состоят из двух цифр на число, равное найденному значению. В качестве результата необходимо вывести изменённый массив, каждый элемент выводится с новой строки.

Например, для исходного массива из шести элементов:

170 16 1777 61 26 55

программа должна вывести следующий массив

170 1793 1777 1838 1803 1832

Исходные данные объявлены так, как показано ниже. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных.

Паскаль	Алгоритмический язык
<pre> const N = 100; var a: array [1..N] of longint; i, m, ma, x, b: longint; begin for i := 1 to N do readln(a[i]); ... end. </pre>	<pre> алг нач цел N = 100 целтаб a[1:N] цел i, m, ma, x, b нц для i от 1 до N ввод a[i] кц ... кон </pre>
C++	Python
<pre> #include <iostream> </pre>	<pre> # допускается также </pre>

<pre>using namespace std; const int N = 100; int main() { long a[N]; long i, m, ma, x, b; for (i = 0; i<N; i++) cin >> a[i]; ... return 0; }</pre>	<pre># использовать две # целочисленные переменные m, ma, x, b a = [] n = 100 for i in range(n): a.append(int(input())) ...</pre>
---	---

26) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. В начале игры фишка находится в точке с координатами $(10, S)$, где $S \geq 7$. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может переместить фишку из точки с координатами (x, y) в одну из двух точек: $(x-3, y-1)$ или $(x-1, y-2)$. Выигрывает игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до точки с координатами $(0,0)$ меньше 12 единиц.

Задание 1. а) Назовите все значения S , при которых Петя может выиграть первым ходом.

б) Назовите все значения S , при которых Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2. Укажите такое значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3. Укажите минимальное значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Пети. Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

27) На вход программы поступает последовательность из N целых положительных чисел. Рассматриваются все пары различных элементов последовательности. Необходимо определить количество пар чисел, разность которых кратна 13, а произведение чётно.

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($2 \leq N \leq 12000$). В каждой из последующих N строк записано одно целое положительное число, не превышающее 10 000.

Программа должна вывести в первой строке одно число: количество пар чисел, разность которых кратна 13, а произведение чётно. Если подходящих пар нет, нужно вывести "NO".

Пример входных данных:

```
7
55
28
15
2
42
27
16
```

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

```
6
```